解答例

第 2 次募集

令和 8 年度編入学試験問題

科目名	数　学	(1/3)	受験番号	

1 (1) $I = \displaystyle\int_9^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3}}$ を求めよ．

〔解〕 $I = \left[-2\,x^{-1/2} \right]_9^{\infty} = \dfrac{2}{3}$

(2) 関数 $z = \log_y x$ の偏導関数 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ をそれぞれ求めよ．

〔解〕 $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{1}{x \log y}$

$\dfrac{\partial z}{\partial y} = -\dfrac{\log x}{y\,(\log y)^2}$

(3) 関数 $f(x) = \cosh 3x = \dfrac{e^{3x} + e^{-3x}}{2}$ の $x = 0$ を中心とする 2 次までのテイラー展開を求めよ．

〔解〕 $f(0) = 1$, $f'(0) = 0$, $f''(0) = 9$ から,

$$f(x) = 1 + \frac{9}{2} x^2 + \cdots \quad (\,|x| \ll 1\,)$$

令和 8 年度編入学試験問題

科目名	数　学	(2/3)	受験番号	

2 $\mathbb{R}$ 上の関数 $g(x) = x^4 - 6x^2 + 8$ について考える.

(1) $g(x) = 0$ を満たす x を全て求めよ.

〔解〕 $g(x) = \left(x^2 - 2\right)\left(x^2 - 4\right)$ から,

$$g(x) = 0 \iff x = \pm\sqrt{2},\ \pm 2$$

(2) $g'(x)$ を求めよ.

〔解〕 $g'(x) = 4x^3 - 12x$

(3) $g(x)$ の極大値と極小値を全て求めよ.

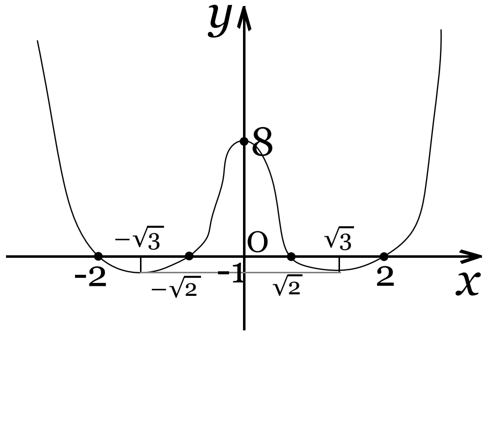
〔解〕 $g'(x) = 0 \iff x = 0, \pm\sqrt{3}$ から,

極大値は $g(0) = 8$,

極小値は $g\left(\pm\sqrt{3}\right) = -1$

(4) $y = g(x)$ のグラフの概形をかけ. なお, 凹凸は調べなくてもよい.

〔解〕

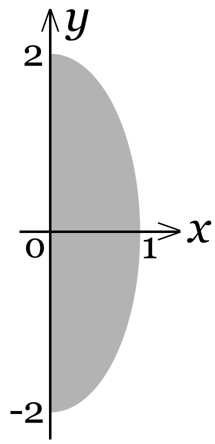


3 2 次元平面内の集合 D を次で定める.

$$D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; x \geqq 0,\ 4x^2 + y^2 \leqq 4\right\}$$

(1) D を図示せよ.

〔解〕



(2) $J = \displaystyle\iint_D \left(4x^2 + y^2 - 1\right) dx\,dy$ を求めよ.

〔解〕 $x = r\cos\theta,\ y = 2r\sin\theta$ おく. $dx\,dy = 2r\,dr\,d\theta$ および $(r, \theta) \in [0, 1] \times [-\pi/2, \pi/2]$ から,

$$J = \int_0^1 \left(4r^2 - 1\right) 2r\,dr \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta$$

$$= \pi\left[2r^4 - r^2\right]_0^1 = \pi$$

第 2 次募集

令和 8 年度編入学試験問題

科目名	数　学	(3/3)	受験番号	

4 行列 $M = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ について考える.

(1) M の行列式 $\det M$ を求めよ.

〔解〕 $\det M = 2$

(2) M の逆行列 M^{-1} を求めよ.

〔解〕 $M^{-1} = \dfrac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ -2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$

(3) M の固有値を求めよ.

〔解〕 $\begin{vmatrix} 2-\lambda & 1 & 0 \\ -1 & -\lambda & 0 \\ 1 & 2 & 2-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda\,(2-\lambda)^2 + (2-\lambda)$

$= (2-\lambda)\left(1 - 2\,\lambda + \lambda^2\right) = (2-\lambda)\,(1-\lambda)^2$

よって, 固有値は $\lambda = 1, 2$

(4) 行列 $N = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ の行列式 $\det N$ を求めよ.

〔解〕 $\det N = (-1)^{3+4} \cdot 3 \cdot \det M = -6$