解答例

第 1 次募集

令和 8 年度編入学試験問題

科目名	数　学	(1/3)	受験番号	

1 (1) 積分 $I = \int_0^1 xe^{2x}\,dx$ の値を求めよ．

解　部分積分の公式より

$$\begin{aligned} I &= \left[\frac{1}{2}xe^{2x}\right]_0^1 - \frac{1}{2}\int_0^1 e^{2x}\,dx \\ &= \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}e^{2x}\right]_0^1 \\ &= \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{4}\left(e^2 - 1\right) \\ &= \frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

(2) 関数 $z = \cos(x \log y)$ の偏導関数 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ をそれぞれ求めよ．

解

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial x} &= -\sin(x\log y)\cdot\frac{\partial}{\partial x}(x\log y) \\ &= -\sin(x\log y)\cdot\log y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial y} &= -\sin(x\log y)\cdot\frac{\partial}{\partial y}(x\log y) \\ &= -\frac{x}{y}\sin(x\log y) \end{aligned}$$

(3) 極限 $L = \lim_{x\to 0}\dfrac{e^{\tan x} - 1}{\sin x}$ の値を求めよ．

解　ロピタルの定理より

$$\begin{aligned} L &= \lim_{x\to 0}\frac{e^{\tan x}/\cos^2 x}{\cos x} \\ &= \lim_{x\to 0}\frac{e^{\tan x}}{\cos^3 x} \\ &= 1 \end{aligned}$$

令和 8 年度編入学試験問題

科目名	数　学	(2/3)	受験番号	

$\boxed{2}$ 関数 $g(x) = \sqrt{e^x + e^{-x}}$ について考える.

(1) $g'(x)$ を求めよ.

解

$$\begin{aligned} g'(x) &= \frac{1}{2}\left(e^x + e^{-x}\right)^{-1/2} \cdot \left(e^x + e^{-x}\right)' \\ &= \frac{1}{2}\left(e^x - e^{-x}\right)\left(e^x + e^{-x}\right)^{-1/2} \end{aligned}$$

(2) $-1 \leqq x \leqq 2$ における $g(x)$ の最大値と最小値を求めよ.

解 (1) より

$$g'(x) = 0 \iff e^x = e^{-x} \iff x = 0$$

増減表は以下の通り.

x	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	2
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$g(-1)$	$\searrow$	$\sqrt{2}$	$\nearrow$	$g(2)$

$g(x)$ は偶関数で, かつ $x > 0$ の範囲で単調増加であるから

$$g(2) > g(1) = g(-1)$$

が成り立つ. 以上により

$x = 2$ のとき最大値 $g(2) = \sqrt{e^2 + e^{-2}}$

$x = 0$ のとき最小値 $g(0) = \sqrt{2}$

$\boxed{3}$ 2 次元平面内の集合 E を次で定める.

$$E = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; x \geqq 0,\ \ 1 \leqq x^2 + y^2 \leqq 2\right\}$$

(1) E を図示せよ.

解 省略

(2) 重積分 $J = \displaystyle\iint_E \frac{1}{3 + x^2 + y^2}\, dx\, dy$ の値を求めよ.

解 $x = r\cos\theta,\ y = r\sin\theta$ と変数変換する.

$dx\, dy = r\, dr\, d\theta$ であり, 対応する積分領域は

$$\left\{(r, \theta) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; 1 \leqq r \leqq \sqrt{2},\ \ -\frac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}\right\}$$

であるから

$$\begin{aligned} J &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\{\int_1^{\sqrt{2}} \frac{r}{3 + r^2}\, dr\right\} d\theta \\ &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\{\left[\frac{\log(3 + r^2)}{2}\right]_1^{\sqrt{2}}\right\} d\theta \\ &= \pi \cdot \frac{1}{2}\log\frac{5}{4} \\ &= \frac{\pi}{2}\log\frac{5}{4} \end{aligned}$$

令和 8 年度編入学試験問題

科目名	数　学	(3/3)	受験番号	

4 行列 $M = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ について考える．

(1) M の行列式 $\det M$ を求めよ．

解

$$\det M = 3 + 3 - 9 - 2 = -5$$

(2) M の逆行列 M^{-1} を求めよ．

解

$$M^{-1} = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

(3) $N = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ の行列式 $\det N$ を求めよ．

解

$$\begin{aligned} \det N &= (-1)^{2+3} \cdot 1 \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix} \\ &\quad + (-1)^{3+3} \cdot 3 \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix} \\ &= 25 - 15 \\ &= 10 \end{aligned}$$