試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

令和 8 (2026) 年度　入学者選抜
一般選抜　「後期日程」

個別学力検査　問題

数　学

注　意　事　項

1. 数学の問題は問題 1 から問題 4 までの，6 ページです。
2. 解答用紙は $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$ の，4 枚です。
3. 解答用紙の受験番号欄に受験番号を，氏名欄に氏名を記入しなさい。
4. 解答は全て解答用紙の指定された枠内に記入しなさい。
   枠外や裏面に記入してはいけません。

問題 1　以下の空欄 (i) ～ (xi) をうめよ．なお，(10) については **(A)** ～ **(D)** の中から適切なものを選べ．

(1)　$y = \log(\log x)$ の導関数は $y' = \boxed{\text{(i)}}$ である．

(2)　$\displaystyle\int_0^{\pi} x \cos\frac{x}{2}\,dx = \boxed{\text{(ii)}}$

(3)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1+2+3+\cdots+n}{1+2n+3n^2} = \boxed{\text{(iii)}}$

(4)　正五角形の頂点を時計回りに A, B, C, D, E とする．この正五角形の頂点を動く点 P がある．点 P は頂点 A から出発し，1 秒ごとに隣の頂点へ移動する．ただし，隣の頂点へ移動する確率は，時計回りでも反時計回りでも $\dfrac{1}{2}$ であるとする．5 秒後に頂点 A, B, E にいた場合は 1 点を獲得し，頂点 C, D にいた場合は 2 点を獲得する．このとき，5 秒後に獲得する点数の期待値は $\boxed{\text{(iv)}}$ である．

(5)　$\log_2 2026$ の整数部分は $\boxed{\text{(v)}}$ である．

(6)　$\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \pi$ のとき，$\sin\theta = \dfrac{1}{3}$ ならば，$\sin 2\theta = \boxed{\text{(vi)}}$ である．

(7)　放物線 $y = x^2$ と直線 $y = x + b$ が 2 つの共有点をもつ実数 b の範囲は $\boxed{\text{(vii)}}$ である．

(8)　複素数 z の絶対値が 2，偏角が $\dfrac{\pi}{12}$ のとき，$z^6 = \boxed{\text{(viii)}}$ である．

(9) 華氏度 (°F) で測定された北見市のある月の最低気温のデータがある．その平均値は 10.4 (°F), 分散は 97.2 であった．このデータを摂氏度 (°C) に変換したとき，平均値は $\boxed{\text{(ix)}}$ (°C), 分散は $\boxed{\text{(x)}}$ である．ただし，摂氏 x (°C) と華氏 y (°F) には $y = 1.8x + 32$ という関係があるとする．

(10) 三角形 ABC に対し，「$\angle \mathrm{ABC} = 90°$」は「$\mathrm{AB}^2 + \mathrm{BC}^2 = \mathrm{CA}^2$」であるための $\boxed{\text{(xi)}}$ ．

(A) 必要十分条件である

(B) 十分条件であるが必要条件でない

(C) 必要条件であるが十分条件でない

(D) 必要条件でなく十分条件でもない

問題 2　関数 $f(x)$ を $f(x) = \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ で定める．以下の問いに答えよ．

(1) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸, y 軸との共有点をそれぞれ求めよ．

(2) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x)$ と $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x)$ をそれぞれ求めよ．

(3) 導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(4) 曲線 $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ．なお, 凹凸は調べなくてよい．

(5) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸および y 軸で囲まれる部分を D とする．D を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ．

問題 3　p を正の実数とする. xyz 空間において, 原点を O とし,

$$\mathrm{A}\,(1,1,0)\,,\quad \mathrm{B}\,(1,0,p)\,,\quad \mathrm{C}\,(0,0,2p)\,,\quad \mathrm{D}\,(0,1,p)$$

とおく. このとき, 4 点 A, B, C, D は同じ平面上にある. 以下の問いに答えよ.

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ を用いて表せ. また, $\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathrm{AD}}\right|$ を示せ.

点 O から直線 AC に下ろした垂線と直線 AC との交点を H とする.

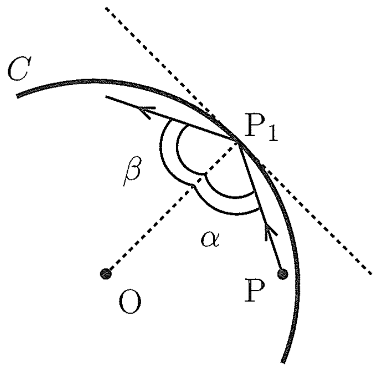
(2) q を実数とする. $\overrightarrow{\mathrm{OH}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + q\,\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ と表すとき, q を p を用いて表せ.

(3) 点 H が直線 BD 上にあるとき, p の値を求めよ. さらに, $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{BD}}$ が垂直であることを示せ.

(4) p を (3) で求めた値とするとき, 四角錐(すい) OABCD の体積を求めよ.

問題 4 北見さんがビリヤードテーブルでボールを転がして遊んでいると，ボールが壁に反射して同じ軌道を繰り返し続けることがあることに気が付いた．北見さんは，ビリヤードテーブルが円形であった場合でも同様のことが起こるかどうかを考察した．

円形のビリヤードテーブルの数学的モデルとして，原点 O を中心とする円 $C : x^2+y^2=1$ とその内部を考える．円 C の内部の点 P からある方向にボールを転がす．ただし，ボールは点であるとみなし，直線的に進むとする．ボールが初めに C に当たる点を P_1 とする．点 P_1 で当たったボールは，次の図のように，P_1 における C の接線に対して入射角 α と反射角 β が等しくなるように方向を変えるとする．



ボールが点 P_1 の次に C に当たる点を P_2 とする．P_2 における C の接線に対しても入射角と反射角が等しくなるように方向を変えるとする．同様に C 上の点 $\mathrm{P}_3, \mathrm{P}_4, \cdots$ を定め，n 番目に C に当たる点を P_n とする．

線分 PP_1 の延長と C の交点のうち，P_1 ではない方を P_0 とする．ボールを転がしはじめる点 P を P_0 としたほうが簡単なため，ボールは C 上の点 P_0 から転がしはじめるとする．さらに問題を簡単にするため，P_0 を $(1,0)$ に固定する．また，円 C が x 軸に関して対称であることを考慮して，最初に C に当たる点 P_1 の y 座標は正であるとする．

ここまでの考察から，北見さんは次のような問題を設定した．

> 円 $C : x^2+y^2=1$ 上に点 $\mathrm{P}_0\,(1,0)$ と点 P_1 をとる．ただし，点 P_1 の y 座標は正であるとする．点 P_0 における C の接線と線分 $\mathrm{P}_0\mathrm{P}_1$ のなす角を θ とする．ただし，なす角は鋭角とする．点 P_0 から点 P_1 の方向にボールを転がしたとき，C 上の点 $\mathrm{P}_0, \mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2, \mathrm{P}_3, \cdots$ を順に線分で結んだ図を調べよ．

点 P_0 における C の接線を ℓ_0，P_1 における C の接線を ℓ_1 とする．接線 ℓ_0 と線分 $\mathrm{P}_0\mathrm{P}_1$ のなす角は θ である．接線 ℓ_0 と ℓ_1 の交点を Q_0 とすれば，三角形 $\mathrm{Q}_0\mathrm{P}_0\mathrm{P}_1$ は二等辺三

角形になることから, $\angle Q_0P_1P_0 = \angle Q_0P_0P_1 = \theta$ となる. また, $\angle P_0OP_1 =$ $\boxed{\text{(a)}}$ がわかる.

問 1

$\boxed{\text{(a)}}$ に入る θ の式を書け.

2 以上の自然数 k についても同様に, 点 P_k における C の接線を ℓ_k とし, ℓ_{k-1} と ℓ_k の交点を Q_{k-1} とする. 入射角と反射角が等しいことから, $\angle Q_{k-1}P_kP_{k-1} = \angle Q_{k-1}P_{k-1}P_k = \angle Q_{k-2}P_{k-1}P_{k-2} = \theta$ がわかる. したがって, $\angle P_{k-1}OP_k =$ $\boxed{\text{(a)}}$ となる. よって, P_k の座標は $\boxed{\text{(b)}}$ である.

問 2

$\boxed{\text{(b)}}$ をうめよ.

北見さんは具体例を調べるため, $\theta = \dfrac{\pi}{3}$ の場合に $P_0, P_1, \cdots$ を順に線分で結んだ図を描いてみた. すると, $n =$ $\boxed{\text{(c)}}$ で初めて P_n と P_0 が一致した.

問 3

$\boxed{\text{(c)}}$ をうめ, 点 $P_0, P_1, \cdots, P_n$ を順に線分で結んだ図を描け.

また, $\theta = \dfrac{2}{5}\pi$ の場合に $P_0, P_1, \cdots$ を順に線分で結んだ図を描いてみた. このとき, $n =$ $\boxed{\text{(d)}}$ で初めて P_n と P_0 が一致した.

問 4

$\boxed{\text{(d)}}$ をうめ, 点 $P_0, P_1, \cdots, P_n$ を順に線分で結んだ図を描け.

これらの例から, 北見さんは θ が π の有理数倍のとき, ある n で P_n と P_0 が一致し, 同じ軌道を繰り返すと予想した. さらに, この予想を証明することができた.

問 5

$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ をみたす θ が, 互いに素な自然数 p, q を用いて $\theta = \dfrac{p}{q}\pi$ と書けるとき, ある自然数 n で P_n と P_0 が一致することを示せ.